

ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΥΠΡΟΥ  
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ



## Πτυχιακή εργασία

Η ΑΞΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΟΙ  
ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΟΥΣ ΣΤΑ ΜΗΧΑΝΙΚΑ  
ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

Αγγελίνα Χριστοδουλίδου

Λεμεσός 2014



ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΥΠΡΟΥ  
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ  
ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΓΕΩΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

## **Πτυχιακή εργασία**

Η ΛΕΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΟΙ  
ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΟΥΣ ΣΤΑ ΜΗΧΑΝΙΚΑ  
ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

Αγγελίνα Χριστοδουλίδου

Σύμβουλος καθηγήτρια  
Κα. Χρυστάλλα Δημητριάδη

Λεμεσός 2014

# ΠΝΕΥΜΑΤΙΚΑ ΔΙΚΑΙΩΜΑΤΑ

Copyright © Αγγελίνα Χριστοδουλίδου, 2014

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Η έγκριση της πτυχιακής εργασίας από το Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών και Μηχανικών Γεωπληροφορικής του Τεχνολογικού Πανεπιστημίου Κύπρου δεν υποδηλώνει απαραίτητως και αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα εκ μέρους του Τμήματος.

## **ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ**

Θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαίτερα όλους τους καθηγητές μου, για την βοήθεια που μου προσέφεραν, δίνοντας μου τις γνώσεις που χριαζόμουν για τη συγγραφή της διπλωματικής αυτής εργασίας, και πιο συγκεκριμένα θέλω να ευχαριστήσω ιδιαίτερα τον κύριο Ευάγγελο Ακύλα που με ώθησε να ασχοληθώ με το κύριο θέμα της διπλωματικής μου, την πλανητική κίνηση. Φυσικά, το μεγαλύτερο ευχαριστώ θέλω να το πω στην κυρία Χρυστάλλα Δημητριάδη για την πολύτιμη συμβολή της στην συγγραφή της πτυχιακής αυτής.

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Είναι γενική πεποίθηση ότι τα Μαθηματικά είναι το όχημα που οδηγεί σε νέους κόσμους τις θετικές κυρίως επιστήμες, η κινητήρια δύναμη που τις εκτοξεύει στο απέραντο σύμπαν, αλλά και το θεμέλιο που με λογική και συνέπεια τις συγκρατεί σε ισορροπία.

Πολλοί σπουδαστές, ορμώμενοι από το ωφελμιστικό πνεύμα της εποχής, προτιμούν τη μηχανική αποστήθιση και απλή εφαρμογή των διαφόρων τύπων και νόμων αντί να εμβαθύνουν στη συλλογιστική πίσω από αυτούς που αποτελεί και το μεγαλείο των μαθηματικών. Τείνουν έτσι να μην τους αποδίδουν τη σημασία που τους αρμόζει και πιστεύουμε ότι αυτό τους στερεί από ένα ισχυρό εφόδιο για την εξέλιξη τους ως επιστήμονες.

Στη διπλωματική αυτή εργασία, γίνεται μία προσπάθεια διερεύνησης της διαδρομής των διαφόρων μαθηματικών κλάδων που συναντά κατά τις σπουδές του ένας Μηχανικός, με στόχο να εντοπισθεί και να επιβεβαιωθεί η αλληλεξάρτηση των δύο επιστημών στην πορεία της παγκόσμιας γνώσης και προόδου. Στο πρώτο μέρος, γίνεται η έκθεση των σημαντικότερων κεφαλαίων των Μαθηματικών, και συγκεκριμένα των μαθηματικών περιοχών που συμπεριλαμβάνονται στον οδηγό σπουδών φοίτησης στην Πολιτική Μηχανική. Συγκεκριμένα, πρόκειται να αναλυθούν τα εξής κεφάλαια : Συναρτήσεις, Διαφορικός και Ολοκληρωτικός Λογισμός, Σειρές, Γραμμική Άλγεβρα, Διαφορικές Εξισώσεις και Στατιστική. Θα γίνει μια ιστορική αναδρομή σε κάθε ένα από τα κεφάλαια αυτά και θα εμφανίζονται κάποιες εφαρμογές του σε τομείς της Πολιτικής Μηχανικής.

Στο δεύτερο μέρος, θα παρουσιαστούν μερικά προβλήματα της Πολιτικής Μηχανικής, όπου γίνεται εκτενής χρήση των μαθηματικών εφαρμογών. Δύο από τα συνήθη προβλήματα που χρησιμοποιούνται τα μαθηματικά στην Πολιτική Μηχανική είναι τα προβλήματα με ελατήρια και ταλαντώσεις.

Στο τρίτο μέρος, το οποίο αποτελεί και το ουσιαστικότερο κομμάτι της διπλωματικής, γίνεται μελέτη ενός συγκεκριμένου προβλήματος της φυσικής και της μηχανικής, που σχετίζεται με την κίνηση των πλανητών. Η τεράστια πορεία προς την ανακάλυψη του τρόπου κίνησης των πλανητών, από τους αρχαίους Έλληνες, ως τον

Κέπλερ, το Νεύτωνα και τον Αϊνστάιν, αρχίζει από τα Μαθηματικά, συνεχίζει και καθοδηγείται από ένα πλήθος θεματικών περιοχών τους και καταλήγει στα όποια συμπεράσματα μέσω αυτών. Καθίσταται προφανές ότι χωρίς αυτά, θα ήταν αδύνατο να μελετηθούν φαινόμενα και να εξαχθούν τόσο μεγάλα συμπεράσματα για ολόκληρο το σύμπαν .

Τέλος, η όλη έρευνα μας οδηγεί αβίαστα στο συμπέρασμα ότι, η σημασία που πρέπει να αποδίδουμε στα μαθηματικά είναι πρωταρχικής σημασίας, αφού δεν θα ήταν υπερβολή να ισχυριστεί κανείς ότι αποτελεί το μισό τουλάχιστο της επιστήμης μας. Αλλά το σπουδαιότερο συμπέρασμα είναι πως η σκέτη μηχανιστική χρήση τους, δεν ωφελεί στην πρόοδο της επιστήμης. Είναι αυτή καθαυτή η πλήρης κατανόηση τους και η γνώση της εξελικτικής πορείας τους που θα προσφέρει τα εφόδια στο σκεπτόμενο ερευνητικό και ανήσυχο πνεύμα ώστε αυτό ωριμάζοντας να οδηγήσει τη Επιστήμη παραπέρα.

## SUMMARY

The general conviction of Mathematics is that it bridges all the sciences together and leads them to higher levels. It is the motivating force that launches mind to the infinite universe, as well as the source of Logic and Coherence that maintains them in balance.

A lot of students, inspired by the beneficial spirit of the era, prefer the mechanical memorization and basic appliance of the various formulas and laws, instead of further searching for the aspiring idea behind the reasoning, which is what actually constitutes the greatness of Mathematics. Students tend not to give the appropriate importance that Mathematics deserves and it is considered that this attitude prevents them from developing an important tool that will be critical for their successful scientific process.

The main objective in this diploma thesis is the investigation of the various mathematical disciplines that an engineer encounters during his education, and it's aiming to prove the dependence between the two sciences in the global extent of the knowledge and progress. The first part contains the most important chapters of mathematics, and more particularly the mathematical topics that the Course Curriculum of Civil Engineering contains. There will be a historical retrospect in every one of these chapters, revealing the beauty and the power of the human mind and how it managed to conceive the various ideas. A quote of some appliances in the field of Civil Engineering will be attached as well.

Distinctly, we'll analyse the following chapters: Functions, Differential and Integral Calculus, Series, Linear Algebra, Differential Equations and Statistics. In the second part, there will be an introduction of some Civil Engineering issues, involving extensive mathematical applications. We will in particular focus on spring problems and oscillations.

The third part, which constitutes the most substantial part of the diploma thesis, is reviewing an important problem of physics and mechanics, starting from its primitive origins in Ancient Greece and reaching the approaches of Kepler, Newton



and Einstein. We shall study the planet orbits and motions which start from mathematics, continues to a stream of thematic areas and states their conclusion.

Finally, the whole research leads fluently to the conclusion that, the importance Engineering students should place in mathematics is primarily significant. It is not exaggerating to claim that it constitutes at least half part of our science. However the most fascinating conclusion is that the mere mechanical use of mathematics is not beneficial in the evolution of science. It is the full comprehension and knowledge of the evolutionary way that offers the tools to the aspirant and restless mind to develop and lead the science further.

## ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

ΠΝΕΥΜΑΤΙΚΑ ΔΙΚΑΙΩΜΑΤΑ .....	iii
ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ .....	iv
ΠΕΡΙΛΗΨΗ .....	v
SUMMARY .....	vii
ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ .....	ix
ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΩΝ .....	xi
ΣΥΝΤΟΜΟΓΡΑΦΙΕΣ .....	xiv
ΕΙΣΑΓΩΓΗ .....	xv
ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ.....	1
Ιστορική αναδρομή.....	1
Εφαρμογές.....	8
Πρακτικές εφαρμογές στα μαθήματα της Πολιτικής Μηχανικής.....	12
ΔΙΑΦΟΡΙΚΟΣ ΚΑΙ ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ.....	13
Όρια και συνέχεια συναρτήσεων.....	13
Ιστορική Αναδρομή.....	13
Συνέχεια.....	14
Διαφορικός Λογισμός.....	16
Παραγωγισιμότητα και συνέχεια.....	17
Ακρότατα, σημεία καμπής και κρίσιμα σημεία.....	17
Ολοκληρωτικός Λογισμός.....	18
Εφαρμογές.....	20
ΣΕΙΡΕΣ.....	29
Ιστορική αναδρομή.....	29
Αναλύση Fourier.....	34

Εφαρμογές .....	34
Ιστορική Αναδρομή.....	36
ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ.....	38
Ιστορική Αναδρομή.....	38
Εφαρμογές.....	44
ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ.....	48
Ιστορική Αναδρομή.....	50
Εφαρμογές στα μαθήματα της Πολιτικής Μηχανικής.....	55
ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ.....	63
Ιστορική Αναδρομή.....	64
Εφαρμογές.....	65
ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΣΕ ΜΗΧΑΝΙΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ.....	73
ΟΙ ΠΛΑΝΗΤΙΚΕΣ ΚΙΝΗΣΕΙΣ ΚΑΙ Η ΘΕΩΡΙΑ ΤΗΣ ΣΧΕΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΠΟΥ ΓΕΝΙΚΕΥΕΙ ΤΟΥΣ ΝΟΜΟΥΣ ΤΟΥ ΝΕΥΤΩΝΑ.....	86
Νόμοι του Γιοχάνες Κέπλερ (1571-1630) – Νόμοι πλανητικού συστήματος.....	87
Οι νόμοι κίνησης και παγκόσμιας έλξης του Νεύτωνα.....	90
ΘΕΩΡΙΑ ΣΧΕΤΙΚΟΤΗΤΑΣ.....	104
ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΕΡΕΥΝΑΣ.....	114
ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ/ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	116
ΕΠΙΛΟΓΟΣ.....	119
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	121
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ.....	125

## ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΩΝ

Διάγραμμα 1 : Καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων.....	4
Διάγραμμα 2 : Γραφική αναπαράσταση της συνάρτησης ως «μηχανή» εξαγωγής του $y$ , με δεδομένο εισαγωγής το $x$ .....	7
Διάγραμμα 3 : Αναπαράσταση της αντιστοίχισης του συνόλου του πεδίου ορισμού (X) με το πεδίο τιμών (Y).....	7
Διάγραμμα 4 : Γραφική αναπαράσταση των Νόμων Κίνησης του Νεύτωνα.....	9
Διάγραμμα 5 : Στα αριστερά, η γραφική παράσταση Δύναμης-Μετατόπισης και στα δεξιά, η γραφική παράσταση Επιτάχυνσης-Δύναμης.....	10
Διάγραμμα 6 : Γραφική Παράσταση της πυκνότητας ως συνάρτηση του όγκου.....	10
Διάγραμμα 7 : Γραφική Παράσταση Έργου – Μετατόπισης.....	11
Διάγραμμα 8 : Γραφική Παράσταση της Κινητικής και της Δυναμικής Ενέργειας συναρτήσει της απόστασης.....	11
Διάγραμμα 9 : Διαγραμματική αναπαράσταση του ρεύματος με την τάση.....	12
Διάγραμμα 10 : Εύρεση Ροπής Αδρανείας σε επίπεδη επιφάνεια τυχαίου σχήματος ( $x, y$ είναι οι συντεταγμένες της στοιχειώδους επιφάνειας $dA$ ).....	21
Διάγραμμα 11 : Ροπή αδρανείας κύκλου.....	22
Διάγραμμα 12 : Θεώρημα παράλληλων αξόνων.....	22
Διάγραμμα 13 : Εύρεση ροπής αδρανείας με τη θεωρία των παράλληλων αξόνων σε μη κεντρικούς άξονες.....	23
Διάγραμμα 14 : Κατανεμημένο φορτίο σε στοιχειώδες κομμάτι.....	23
Διάγραμμα 15 : Ένα στάδιο, πιο προσεγγιστικό, της σειράς Fourier.....	34
Διάγραμμα 16 : Τα αρχικά δεδομένα/διανύσματα είναι σήματα.....	44
Διάγραμμα 17 : Το σήμα λήψεως είναι το διανυσματικό άθροισμα του κατ' ευθείαν	

και του ανακλώμενου κύματος.....	45
Διάγραμμα 18 : Συσχέτιση των μαθηματικών μοντέλων με την πραγματικότητα.....	50
Διάγραμμα 19 : Δύο συστήματα με 2 μάζες και ελατήρια.....	55
Διάγραμμα 20 : Τυποποιημένη Κανονική Κατανομή.....	65
Διάγραμμα 21: Αθροιστική συνάρτηση πιθανότητας.....	66
Διάγραμμα 22: Αθροιστική συνάρτηση πιθανότητας με ορθογωνική και τριγωνική κατανομή.....	66
Διάγραμμα 23: Συνελικτικό ολοκλήρωμα.....	67
Διάγραμμα 24 : Τα δένδροδιαγράμματα και η Posteriori Probability για υπολογισμό της χρησιμότητας.....	68
Διάγραμμα 25 : Γραφική παράσταση που παρουσιάζει τις μετρήσεις των αποστάσεων των δύο σημείων που βρίσκονται εκατέρωθεν του ρήγματος. Φαίνεται πως η σχέση είναι γραμμική.....	70
Διάγραμμα 26 : Η γραφική παράσταση των σημείων των παρατηρημένων αποστάσεων και η απόστασή τους από τη βέλτιστη ευθεία. Σημείωση : Θεωρείται ότι η αβεβαιότητα της μέτρησης «βρίσκεται» όλη στο $y$ και το $x$ ορίζεται ως «αλάνθαστο».....	71
Διάγραμμα 27 : Η παλινδρομική κίνηση σωμάτων αναρτημένων σε ελατήρια <sup>1</sup> .....	73
Διάγραμμα 28 : Απλή αρμονική ταλάντωση <sup>2</sup> .....	73
Διάγραμμα 29 : Η εναλλαγή της δυναμικής με την κινητική ενέργεια κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης.....	76
Διάγραμμα 30 : Παράλληλα ελατήρια (αριστερά) και ελατήρια σε σειρά (δεξιά).....	77
Διάγραμμα 31 : Η διαγραμματική απεικόνιση της ισχυρής, κρίσιμης και ασθενούς απόσβεσης.....	78
Διάγραμμα 32 : Το απλό εκκρεμές και οι δυνάμεις που ασκούνται σε αυτό.....	80
Διάγραμμα 33 : Απλό εκκρεμές σε συνδυασμό με ανάρτηση σε ελατήριο.....	83
Διάγραμμα 34 : Η παραβολική τροχιά του βλήματος.....	83

Διάγραμμα 35 : Απεικόνιση της ελλειπτικής τροχιάς των πλανητών με τον Ήλιο στη μία εστία.....	88
Διάγραμμα 36 : Απεικόνιση του 2ου νόμου του Κέπλερ. Σάρωση ίσων εμβαδών σε ίσους χρόνους.....	89
Διάγραμμα 37 : Η έλλειψη και τα βασικά χαρακτηριστικά της (α : ο μεγάλος ημιάξονας και b : ο μικρός).....	89
Διάγραμμα 38 : Η απόσταση R για τις περιπτώσεις (ι) μία ομογενής σφαίρα - ένα υλικό σημείο και (ii) δύο ομογενείς σφαίρες.....	92
Διάγραμμα 39 : Διανυσματική απεικόνιση του καρτεσιανού συστήματος.....	95
Διάγραμμα 40 : Απεικόνιση των διανυσμάτων της ταχύτητα (πράσινο) και της επιτάχυνσης (μωβ).....	96
Διάγραμμα 41 : Το φαινόμενο της διαστολής του χρόνου και η συσχέτιση τους μέσω του Πυθαγόρειου Θεωρήματος (γ).....	106
Διάγραμμα 42 : Το φαινόμενο της σχετικότητας της ταυτοχρονικότητας με το παράδειγμα του κεραυνού.....	107
Διάγραμμα 43 : Δισδιάστατη μορφή του τετραδιάστατου χωροχρόνου, χωρίς σώματα.....	109
Διάγραμμα 44 : Δισδιάστατη μορφή του τετραδιάστατου χωροχρόνου, επηρεασμένος από βαρύ αντικείμενο.....	109
Διάγραμμα 45 : Δισδιάστατη μορφή του τετραδιάστατου χωροχρόνου, επηρεασμένος από ένα βαρύ αντικείμενο (Ήλιος) και ένα πιο ελαφρύ (Γη) .....	109
Διάγραμμα 46 : Η μετάπτωση της τροχιάς του Ερμή με την πάροδο των χρόνων....	111
Διάγραμμα 47 : Η καμπύλωση του φωτός λόγω ύπαρξης μεγάλου βαρυτικού αντικειμένου.....	112
Διάγραμμα 48 : Το πείραμα απόδειξης της βαρυτικής θεωρίας του Einstein με την έκλειψη Ηλίου, το 1919.....	113

## ΣΥΝΤΟΜΟΓΡΑΦΙΕΣ

Παρουσιάζονται συνοπτικά όλες οι σημαντικές συντομογραφίες που έχουν χρησιμοποιηθεί στο κείμενο της πτυχιακής :

ΤΕΠΑΚ.:	Τεχνολογικό Πανεπιστήμιο Κύπρου
ΜΦ:	Μετασχηματισμός Φουριέρ
ΔΜΦ:	Διακριτός Μετασχηματισμός Φουριέρ
ΜΦΔΧ:	Μετασχηματισμός Φουριέρ Διακριτού Χρόνου
ΑΜΦ:	Αντίστροφος Μετασχηματισμός Φουριέρ
ΠΟ:	Πεδίο Ορισμού
ΠΤ:	Πεδίο Τιμών
ΔΕ:	Διαφορικές Εξισώσεις
ΜΔΕ:	Μερικές Διαφορικές Εξισώσεις

## ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η Μαθηματική Επιστήμη είναι αναμφισβήτητα η μητέρα όλων των επιστημών. Γεννήθηκε ταυτόχρονα με την ανθρώπινη ύπαρξη και τη λογική υπόσταση.

Ο πρωτόγονος άνθρωπος αντιμετώπιζε με το πανίσχυρο φυσικό περιβάλλον αντιλήφθηκε πολύ γρήγορα ότι δεν αρκούσε η έτοιμη τροφή ή έστω η απλή αναζήτηση της για να ικανοποιηθούν οι ανάγκες επιβίωσης του. Ήταν αναγκασμένος να ενεργοποιήσει εκτός από τις σωματικές του δυνάμεις και το χάρισμα της νόησης που τον διέκρινε από όλα τα υπόλοιπα όντα. Από τις πρώτες έννοιες που κατανόησε ήταν αυτές των γεωμετρικών σχημάτων, αργότερα οι ποσότητες και κατόπιν η αρίθμηση.

Η πρωτογενής Μηχανική Επιστήμη γεννήθηκε με την κατασκευή των στοιχειωδών εργαλείων που τον διευκόλυναν στη συλλογή τροφής και την προστασία του. Εφεύρεση σταθμός στην ανθρώπινη ιστορία υπήρξε η κατασκευή του τροχού, που την διδάχτηκε προφανώς από τη γρήγορη και εύκολη κύλιση των στρογγυλών φυσικών αντικειμένων του περιβάλλοντος του.

Στην εξελικτική πορεία της ανθρωπότητας, τα Μαθηματικά υπήρξαν άρρηκτα συνδεδεμένα τόσο με τη Φυσική όσο και τη Μηχανική Επιστήμη και συχνά η μία προκαλούσε σε εξέλιξη την άλλη. Τα μαθηματικά αποτελούν το βασικότερο υπόβαθρο της Μηχανικής καθώς οι πλείστοι επιστήμονες που επινόησαν τους θεμελιώδεις νόμους της, υπήρξαν πρώτιστα κορυφαίοι μαθηματικοί.

Δεν είναι τυχαίο που μέχρι πριν μερικές δεκάδες χρόνια ο αστρονόμος ήταν πρώτα Μαθηματικός και ταυτόχρονα Φυσικός ή και Χημικός. Η Μηχανική ήταν σύνθεση και των τριών. Παλαιότερα ο επιστήμονας ήταν επιπλέον και υπηρέτης των τεχνών, όπως και της υγείας.

Όμως η θεωρητική και αφαιρετική προσέγγιση των Μαθηματικών αποτελούσε συχνά ουτοπία για τον Μηχανικό που δεν διέκρινε άμεση εφαρμογή. Στη συνέχεια όμως αυτό που θεωρείτο σχολαστικό παραλήρημα και φιλοσοφική παραδοξότητα για τις εφαρμοσμένες επιστήμες, αποτελούσε χρησιμότερο εργαλείο που με αυτό θα έκτιζε ο διορατικός ερευνητής μια νέα εφεύρεση ή θεωρία.



Ο P Dirac, το 1931, είχε πει (James 1999) :

«Η σταθερή πρόοδος της Φυσικής απαιτεί για τη θεωρητική διατύπωση της τη συνεχή εξέλιξη των Μαθηματικών. Κάτι που είναι απόλυτα φυσιολογικό και αναμενόμενο. Αυτό όμως που οι υπηρέτες της Επιστήμης του περασμένου αιώνα δεν ανέμεναν ήταν η ιδιαίτερη μορφή που θα έπαιρνε η πορεία ανάπτυξης των μαθηματικών. Ενώ δηλαδή αναμενόταν ότι τα Μαθηματικά θα γίνονταν όλο και πιο πολύπλοκα, αλλά δεν θα ξέφευγαν από μια μόνιμη βάση ορισμών και αξιωμάτων, αυτό που συνέβη, ήταν η σύγχρονη ανάπτυξη της Φυσικής να απαιτεί τη συνεχή αλλαγή των θεμελιωδών αρχών των Μαθηματικών ώστε αυτές να γίνονται όλο και πιο αφηρημένες. Η μη Ευκλείδεια Γεωμετρία και η Μη Αντιμεταθετική Άλγεβρα, που κάποτε θεωρούνταν ως νοητικές φαντασιώσεις και εφευρέσεις για να περνούν την ώρα τους οι λογικοί στοχαστές, έχουν αποδειχθεί εξαιρετικά χρήσιμες για την γενικευμένη περιγραφή φαινομένων του Φυσικού κόσμου. Φαίνεται ότι αυτή η πορεία συνεχούς αφαίρεσης θα συνεχίσει και στο μέλλον, και τα επιτεύγματα της Φυσικής θα είναι άμεσα συνδεδεμένα με μια συνεχή μεταβολή των αξιωμάτων στη βάση των μαθηματικών παρά με την ανάπτυξη κάποιου μαθηματικού μορφώματος σε σταθερή (δεδομένη) βάση.»

Αυτή ακριβώς η διαπίστωση, της αδιάλειπτης παρουσίας των Μαθηματικών σε όλο το φάσμα της ανθρώπινης δραστηριότητας και διανόησης, ήταν η αφορμή για τη Διπλωματική αυτή μελέτη.

Στην τετράχρονη φοιτητική μου πορεία στο Τμήμα των Πολιτικών Μηχανικών και Μηχανικών Γεωπληροφορικής, το συναπάντημα με τα Μαθηματικά ήταν διάχυτο. Όσο καλύτερο το Μαθηματικό υπόβαθρο τόσο ευκολότερη και πληρέστερη η κατανόηση των εννοιών στο αντικείμενο των σπουδών μου.

Η αυστηρή και λιτή διατύπωση των διαφόρων νόμων με τις γνωστές εξισώσεις αποτελεί για εκείνον που διαθέτει την επαρκή Μαθηματική παιδεία μια εύγλωττη ερμηνεία των φαινομένων που μελετά και τον τροφοδοτεί με κριτική σκέψη. Εξετάζει ακραίες περιπτώσεις, περιπτώσεις ιδιάζουσες, γενικούς κανόνες και εξαιρέσεις, επέκταση σε άλλες θεματικές περιοχές, συσχέτιση και σύγκριση.

Αν και υπάρχουν αρκετοί φοιτητές Πολυτεχνικών σχολών που βρίσκουν τα Μαθηματικά ενδιαφέροντα και εύκολα στην κατανόηση, οι περισσότεροι εντούτοις

δεν εστιάζουν στη θεωρία και στις εξισώσεις με πνεύμα κριτικό και αναλυτικό και χάνουν την ευκαιρία να αντιληφθούν την ουσιαστική σημασία και την αξία τους σε όλο το φάσμα της Επιστήμης τους. Έτσι, αρκετές φορές βρίσκουν άσκοπο και χαμένο το χρόνο που απαιτείται για να αποκτήσουν μαθηματικές τους γνώσεις και να εξεταστούν σε αυτές. Αυτό συμβαίνει γιατί οι μαθηματικές έννοιες και διαδικασίες είναι συχνά θεωρητικές, γεγονός που πολλές φορές τις κάνει να φαίνονται ιδιαίτερα πολύπλοκες. Έτσι, οι φοιτητές οδηγούνται σε τυποποιημένη μάθηση, χωρίς πρακτικές εφαρμογές που να ενισχύουν την ουσιαστική γνώση και εμβάθυνση σε σχέση με την Επιστήμη τους.

Η διπλωματική αυτή εργασία φιλοδοξεί να καταδείξει στο μέτρο που της παρέχεται η δυνατότητα στη στενότητα του χώρου μερικών σελίδων, την αναγκαιότητα και σημασία της επαρκούς και το δυνατό πληρέστερης γνώσης των μαθηματικών για επιτυχείς σπουδές στην Πολιτική Μηχανική, μέσα από την πρακτική των μεγάλων ερευνητών του παγκόσμιου στερεώματος.

Αρχικός στόχος είναι η θεώρηση των μαθηματικών διαμέσου της παρουσίας τους σε όλο το φάσμα των επιστημών και σε όλα τα μαθήματα και τις διάφορες θεωρίες που συναντά ένας πολιτικός μηχανικός. Αντιμετωπίζοντας με κριτική σκέψη και διάθεση ουσιαστικής κατανόησης τις μαθηματικές εξισώσεις και εφαρμογές σε μαθήματα που ήδη έχει διδαχθεί, θα αντιληφθεί πόσο απαραίτητο του είναι να εμβαθύνει όλο και περισσότερο στον άπειρο χώρο των μαθηματικών για να βρίσκει απαντήσεις σε προβλήματα, αλλά και να ανακαλύπτει νέα γνώση. Το μεγαλείο της ανθρώπινης νόησης και η ομορφιά που συναντά κανείς είναι μια επιπρόσθετη επιβράβευση.

Θα καταγράψουμε διάφορες θεματικές ενότητες διδασκαλίας στα 4 μαθήματα Μαθηματικών του αναλυτικού προγράμματος, θα κάνουμε μία σύντομη αναδρομή στην πορεία εξέλιξης τους και θα εντοπίσουμε τη σημασία τους σε θέματα Μηχανικής. Θα προσπαθήσουμε να δίνουμε σε κάθε ενότητα εφαρμογές ή προβλήματα που έχουν άμεση σχέση με το αντικείμενο σπουδών.

Επιστέγασμα αυτού του παντρέματος θα είναι η απόδειξη των νόμων του Κέπλερ μέσα από τη μαθηματική ανάλυση που έκανε ο Νεύτωνας. Οι σημαντικές παραδοχές που είχε κάνει ο Κέπλερ καθώς και οι μαθηματικές γνώσεις του Νεύτωνα συνέπραξαν για να εξηγήσουν μαζί την κίνηση των πλανητών. Τέλος, η θεωρία της σχετικότητας του Einstein, ήρθε να «διορθώσει» τη γενικότητα που υπήρχε στους

νόμους αυτούς, με ιδιαίτερη αναφορά στην κίνηση του πλανήτη Ερμή, η οποία διαφέρει από εκείνες των υπόλοιπων πλανητών. Ο Einstein κατόρθωσε να αποδείξει την «σχετικότητα» των αντικειμένων και ότι όλα εξαρτώνται από την «οπτική γωνία» που τα βλέπεις και τα αντιμετωπίζεις.