

Τεχνολογικό
Πανεπιστήμιο
Κύπρου

CIV580: Διατριβή Μάστερ Πολιτική Μηχανική

Χειμερινό Εξάμηνο 2019-2020

Σύμβουλος καθηγητής Δρ. Ευάγγελος Ακύλας

ΘΕΜΑ : Slug Test / Quasi-Steady Flow Analysis

Ρουμελιώτη Περσεφόνη Μαρία

Αρ.Ταυ. : AB934386

Περιεχόμενα

1. Εισαγωγή.....	1
2. Εισαγωγή στην υπόγεια υδρολογία	2
2.1. Βασικές έννοιες.....	2
2.1.1. Πορώδη μέσα και υδροφορία	2
2.1.2. Κατάταξη υδροφορέων.....	3
2.1.3. Υδραυλική κλίση και Υδραυλική Αγωγιμότητα.....	4
2.1.4. Ο νομός του Darcy	5
2.1.5. Αποθηκευτικότητα και ειδική Αποθήκευση	6
3. Δόκιμη Slug Test.....	7
3.1. Υδραυλική των φρεατίων	8
3.2. Εκτίμηση των παραμέτρων του Υδροφορέα - Slug test.....	9
3.2.1. Μέθοδος Cooper (1967).....	9
3.2.2. Μέθοδος Hvorslev (1951).....	12
3.3. Quasi-Steady Flow Method.....	14
4. Πειραματικά Δεδομένα	18
5. Συμπεράσματα.....	19
6 Βιβλιογραφία	21

1. Εισαγωγή

Στις μέρες μας η σταδιακή υποβάθμιση των ποιοτικών χαρακτηριστικών των υδατικών πόρων σε συνδυασμό με την έντονες κλιματικές αλλαγές που υφίσταται ο πλανήτης, καθιστούν επιτακτική ανάγκη την επιπρόσθετη έρευνα και σωστή κατανόηση των υδατικών παραμέτρων. Η βελτίωση των γνώσεων μας ως προς της υδραυλικές παραμέτρους ενός γεωλογικού σχηματισμού μπορεί να οδηγήσει στην βέλτιστη αξιοποίηση του υδατικού φορέα είτε αυτός είναι επιφανειακός (λίμνες, ποτάμια, φράγματα) είτε υπόγειος.

Ο προσδιορισμός της υδραυλικής συμπεριφοράς των υδροφορέων , η εκτίμηση των αποθεμάτων του υπόγειου νερού καθώς επίσης τα ποιοτικά χαρακτηριστικά του μπορούν να δώσουν χρήσιμες πληροφορίες ως προς την σωστή διαχώριση - εκμετάλλευση των υδατικών πόρων μια περιοχής. Οι κυριότερες υδραυλικοί παράμετροι που προσδιορίζονται είναι η μεταβιβαστικότητα (T) , ο συντελεστής εναποθήκευσης (S), η υδραυλική αγωγιμότητα (K). Για των προσδιορισμό των προαναφερθέντων παραμέτρων έχουν προταθεί κατά καιρούς διάφορες μέθοδοι που στηρίζονται κατά βάση σε δεδομένα από δοκιμές άντλησης σε συνδυασμό με μαθηματικές εξίσωσης. Σε ορισμένες μεθόδους συναντάται η απέτιστα επίλυσης σύνθετων μαθηματικών εξισώσεων ενώ άλλες μέθοδοι βασίζονται σε ποιο απλοποιημένες και εμπορικές διαδικασίες.

Ειδικότερα η υδραυλική αγωγιμότητα καθώς επίσης και ο συντελεστής εναποθήκευσης αποτελούν από της ποιο σημαντικές παραμέτρους όσων αφορά την υπόγεια ροή καθιστώντας τις το επίκεντρο του ερευνητικού ενδιαφέροντος . Γενικά με τον όρο υδραυλική αγωγιμότητα περιγράφεται η ικανότητα των γεωλογικών σχηματισμών να επιτρέπουν την διείσδυση και την κυκλοφορία του νερού εντός της μάζας τους. Η υδραυλική αγωγιμότητα εξαρτάται τόσο από τα χαρακτηριστικά του πορώδους μέσου (πχ κοκκομετρική διαβάθμιση, διάταξη) όσο και από τις ιδιότητες του ρευστού (πχ πυκνότητα , ιξώδες). Ενώ με των όρο συντελεστής εναποθήκευσης S, εκφράζεται ως ο όγκος του νερού που μπορεί ένας υδροφόρος ορίζοντας να αποθηκεύσει ή να αποδεσμεύσει ανά μονάδα επιφάνειας του υδροφόρου ανά μονάδα μεταβολής του φορτίου.

Υπάρχουν διάφορες τεχνικές προσδιορισμού της υδραυλικής αγωγιμότητας και του συντελεστή εναποθήκευσης στην παρούσα εργασία θα αναφερθούν και θα περιγράψουν δυο μέθοδοι η μέθοδος του Cooper et al. (1967) η οποία

βασίζετε σε σύνθετες μαθηματικά εξίσωσης και η μέθοδος Hvorslev (1951) η οποία βασίζετε σε πιο απλοποιημένους υπολογισμούς.

Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η εμβάθυνση στις δυο προαναφερθείσες μεθόδους και η προσπάθεια διατύπωσης μια θεωρίας η οποία θα βασίζετε τόσο στις σύνθετες μαθηματικές εξίσωσης του Copper και σύγχρονος θα είναι εύκολη στην εφαρμογή της όπως η μέθοδος Hvorslev.

2. Εισαγωγή στην υπόγεια υδρολογία

Η μελέτη ενός υπογείου υδροφορέα είναι από την φύση της αρκετά δύσκολη διαδικασία λόγω των συνθηκών που επικρατούν. Η δυσκολία αυτή δημιουργείτε λόγω της ανομοιομορφίας του όπως και της ανισοτροπίας των χαρακτηριστικών του υδροφορέα και των γεωλογικών σχηματισμών μέσα στους οποίους αναπτύσσετε, επίσης μια ακόμα παράμετρος που δυσκολεύει την μελέτη ενός υπόγειου υδροφορέα είναι η αδυναμία ακριβούς γνώσης της γεωμετρίας. Βασική προϋπόθεση για την μελέτη των υπόγειων νερών είναι η καλές γνώσης υδραυλικής , γεωλογίας και υδρογεωλογίας .

2.1.Βασικές έννοιες

Ως υδροφορέας ή υδροφόρος ορίζοντας χαρακτηρίζεται κάθε γεωλογικός σχηματισμός, ο οποίος έχει την δυνατότητα να αποθηκεύσει μια επαρκή ποσότητα νερού και να τη μεταβιβάσει με ρυθμό υδρολογικά σημαντικό (Dingman,1994)

Η ροή του νερού ως κίνηση διέπεται από τις βασικές αρχές της κίνησης όπως είναι η ταχύτητα και η επιτάχυνση. Ανάλογα με τον αν παραμένουν σταθερά ή όχι τα χαρακτηριστικά της ροής στο χώρο και στο χρόνο η ροή διακρίνεται σε δύο τύπους, στην μόνιμη και στην μη μόνιμη ροή. Στην περίπτωση της μόνιμης ροής, η ροή επιγράφεται από μια συνάρτηση που αποτελείτε αποκλειστικά από της συντεταγμένες στο σημείο (x,y,z) ενώ στην μη μόνιμη ροή είναι συναρτήσε και του χρόνου δηλαδή των (x,y,z,t) (Στουρνάρας, 2007).

2.1.1. Πορώδη μέσα και υδροφορία

Ένας γεωλογικός σχηματισμός μπορεί να περιγραφεί ως διαπερατός ή αδιαπέρατος ανάλογα με το εάν επιτρέπει ή όχι την κίνηση του νερού εντος του. Η ιδιότητα μέσω της οποίας ένας γεωλογικός σχηματισμός μπορεί να χαρακτηριστεί διαπερατός η αδιαπέρατος είναι το πορώδες.

Ένα πορώδες μέσο μπορεί να περιγραφεί μέσω των υδραυλικών του ιδιοτήτων καθώς επίσης και από το αν είναι πρωτογενές δηλαδή δημιουργήθηκε σύγχρονος με τον γεωλογικό σχηματισμό η δευτερογενές δηλαδή η δημιουργία του οφείλετε σε " εξωτερικούς παράγοντες "(ρίζες φυτών σκουλήκια κλπ). Ένα από τα κυριότερα χαρακτηριστικά του είναι η χωρητικότητα του και η αντίσταση που προβάλλουν στην κίνηση του νερού. Σαν πορώδες ορίζεται ο λόγος του όγκου των κενών ενός μέσου (V_v) προς το συνολικό όγκο (V_T) του μέσου και είναι αδιάστατος αριθμός και περιγραφεται από την Εξίσωση 1 :

$$n = \frac{V_v}{V_T}$$

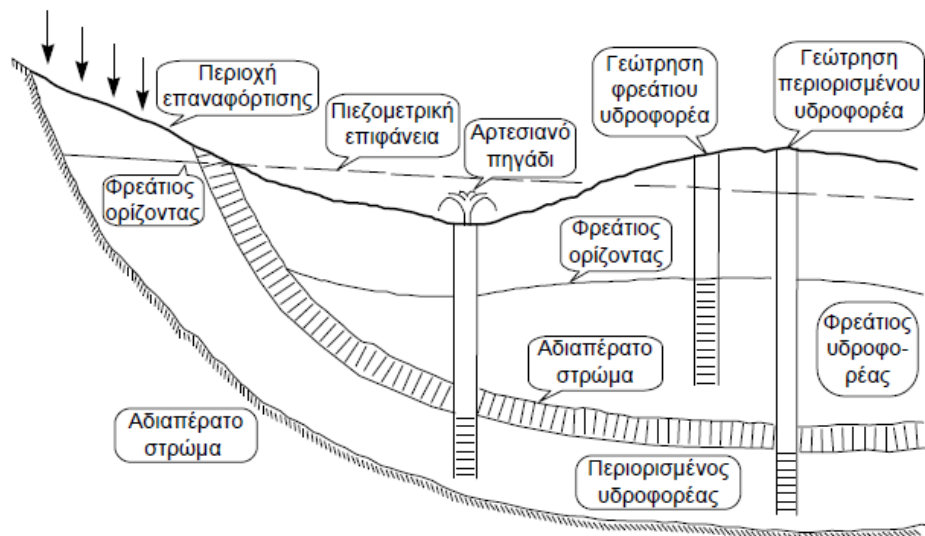
Εξίσωση 1

2.1.2. Κατάταξη υδροφορέων

Κάθε υδροφορέας μπορεί να περιγραφεί με βάση κάποιες χαρακτηριστικές του ιδιότητες όπως είναι η αποθηκευτικότητα του και η μεταφορικές του ιδιότητες. Κατά την περιγραφή ενός υδροφόρου για λόγους απλοποίησης αυτά η δυο ιδιότητες μπορούν να θεωρηθούν σχετικά ομοιόμορφες σε όλες της διάστασης του φορέα. Οι ταξινόμηση των υδροφοριών βασίζεται στην φύση του άνω ορίου τους δηλαδή αν επιτρέπεται η ελεύθερη κάθετη (πάνω κατά) μετακίνηση του νερού εντος του σχηματισμού και μπορεί να διακριθεί σε δυο κύριες κατηγορίες.

Η πρώτη κατηγορία αναφέρετε στους φρεάτιους (ή ελευθέρους) υδροφορείς (Εικόνα 1) στους οποίους το άνω όριο είναι ο φρεάτιος ορίζοντας. Στην περίπτωση των ελεύθερων υδροφορέων το άνω όριο δεν είναι σαφώς ορισμένο και παρατηρούνται εποχιακές διακύμανσης η οποίες επηρεάζονται από της κλιματικές συνθήκες .

Η δεύτερη κατηγορία είναι οι Περιορισμένοι (ή υπό πίεση) υδροφόροι (Εικόνα 1) στους οποίους το ανώτερο όπως και το κατώτερο όριο τους ορίζεται από αδιαπέρατους γεωλογικούς σχηματισμούς η όποιοι περιορίζουν των υδροφόρο ορίζοντα και περιορίζουν την ελεύθερη καθετί μετακίνηση του νερού δημιουργώντας ενα σαφώς ορισμένο τουλάχιστον ως προς την μια διεύθυνση υδροφόρο. Σε αντίθεση με το ανώτατο όριο των ελεύθερων υδροφόρων τα όρια των υπό πίεση υδροφορών είναι σταθερά στο χρόνο. Εδώ πρέπει να αναφερθεί ότι η πίεση στο ανων όριο των υπό πίεση υδροφόρα δεν είναι ίση με την ατμοσφαιρική αλλά μεγαλύτερη για αυτό παρατηρητή και το φαινόμενο του αρτεσιανισμού .



Εικόνα 1 Κατάταξη Υδροφορέων σε περιορισμένους και ελεύθερους (Πηγή: opencourses.auth.gr, Λατινόπουλος Π.(1986))

2.1.3. Υδραυλική κλίση και Υδραυλική Αγωγιμότητα

Με τον όρο υδραυλική κλίση περιγράφεται η κατεύθυνση της κίνησης των υπόγειων υδάτων. Γενικά ως υδραυλική κλίση ορίζεται ως η μεταβολή του υδραυλικού φορτίου (dh) ανά μονάδα μήκους (dl) και περιγράφεται από την Εξίσωση 2

$$i = \frac{dh}{dl} \quad \text{Εξίσωση 2}$$

Το υδραυλικό φορτίο (h) εκφράζει την συνολική ενέργεια ανά μονάδα όγκου του νερού που προκύπτει από το άθροισμα της κινητικής, της δυναμικής και υδροστατικής ενέργειας και εκφράζεται σε μονάδες μήκους.

Η πρώτη αναφορά στην Υδραυλική αγωγιμότητα γίνεται από τον Henry Darcy και περιγράφει την ικανότητα των γεωλογικών σχηματισμών να επιτρέπουν την διείσδυση και την κυκλοφορία του νερού εντός αυτών. Στα φυσικά εδάφη η υδραυλική αγωγιμότητα δεν παραμένει σταθερή αλλά μεταβάλλεται χωρικά, από σημείο σε σημείο προς όλες της διεύθυνσης.

Ένα μέσο έχει υδραυλική αγωγιμότητα ίση με τη μονάδα, όταν μεταβιβάζει στη μονάδα του χρόνου κάθετα στη διεύθυνση της υπόγειας ροής, τη μονάδα του όγκου νερού από μοναδιαία διατομή με υδραυλική κλίση ίση με τη μονάδα και την επικράτηση του κινηματικού ιξώδους.

Γενικά η υδραυλική αγωγιμότητα υπολογίζεται από επιτόπου πειραματικές μετρήσεις, όπως δικαστικές αντλήσεις, καθώς και από την κοκκομετρία με τη

βοήθεια εμπειρικών τύπων, και τέλος με εργαστηριακές μεθόδους και με ιχνηθετήσεις.

2.1.4. Ο νόμος του Darcy

Ο νόμος του Darcy εκφράζει την κίνηση του υπόγειου νερού σε πορώδη μέσα. Μέσο πειραμάτων ο H.Darcy παρατήρησε ότι η ογκομετρική ροή είναι ανάλογη με την απώλεια του υδραυλικού φορτίου (h_1-h_2), την διατομή της στήλης (A), τον συντελεστή περατότητας (K) και αντιστρόφως ανάλογη με το μήκος της στήλης (L). Επομένως, η παροχή Q που περνάει μέσα από μια διατομή A σε μια μονάδα χρόνου εκφράζεται μαθηματικά από την Εξίσωση 3 , η οποία αποτελεί και τον νόμο του Darcy.

$$Q = K * A * \frac{h_1 - h_2}{L} \quad \text{Εξίσωση 3}$$

Στο σημείο αυτό πρέπει να αναφερθεί ότι ο νόμος του Darcy βρίσκει ισχύ για μέσα τα οποία μπορούν να χαρακτηριστούν ως ομογενή και ισότροπα και για γραμμικές συνθήκες ροής δηλαδή η ροή να είναι στρωτή και όχι τυρβώδης.

Αν θεωρήσουμε μια τρισδιάστατη ροή που αναπτύσσεται σε ένα πορώδες μέσο τότε από τον Νόμο του Darcy και τη εξίσωση διατήρησης της μάζας σε συνδυασμό με την παράμετρο της ειδικής εναποθήκευσης S_s προκύπτει η εξίσωση τρισδιάστατης ροής για ανομοιογενή και ανισότροπα μέσα ($K_x \neq K_y \neq K_z$) η οποία περιγράφεται στην Εξίσωση 4

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) = S_s \frac{\partial h}{\partial t} \quad \text{Εξίσωση 4}$$

Θεωρώντας ένα ομογενές και ισότροπα μέσο μέσω δήλωση για $K_x = K_y = K_z$ η Εξίσωση 4 απλοποιείται και γράφεται ως :

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \frac{S_s}{K} \frac{\partial h}{\partial t} \quad \text{Εξίσωση 5}$$

Να σημειωθεί ότι όταν η ροή είναι μόνιμη ($\frac{\partial h}{\partial t} = 0$) τότε το δεξιό σκέλος της Εξίσωσης 4 και 5 μηδενίζεται.

2.1.5. Αποθηκευτικότητα και ειδική Αποθήκευση

Ο συντελεστής αποθηκευτικότητας ή υδροχωρητικότητας (S) εκφράζεται ως ο όγκος νερού που μπορεί να ληφθεί ή αποθηκευθεί από ένα κατακόρυφο πρίσμα ενός υδροφόρου στρώματος με μοναδιαία επιφάνεια ανά μονάδα μεταβολής του φορτίου και ορίζεται από την Εξίσωση 6

$$s = \frac{\Delta V}{(A\Delta h)} \quad \text{Εξίσωση 6}$$

Όπου ΔV είναι ο όγκος νερού που απελευθερώνεται (ή προστίθεται) από τη μονάδα οριζόντιας επιφάνειας A, εξαιτίας μοναδιαίας πτώσης (ή αύξησης) του φορτίου Δh

Η ειδική αποθήκευση ορίζεται ως ο όγκος νερού που απομακρύνεται από ένα υδροφορέα μετά από μείωση της πίεσης, ανά μονάδα όγκου του υδροφορέα και ανά μονάδα μείωσης του υδραυλικού ύψους και εκφραζεται από την Εξίσωση 7

$$s_s = \frac{\Delta V}{(V\Delta h)} \quad \text{Εξίσωση 7}$$

Όπου ΔV είναι ο όγκος νερού που απομακρύνεται V_0 όγκος του υδροφορέα και Δh η μείωση του υδραυλικού ύψους.

Τα δυο μεγέθη συνδέονται με την Εξίσωση 8 όπου b είναι το πάχος του υδροφόρου

$$S = bs_s \quad \text{Εξίσωση 8}$$

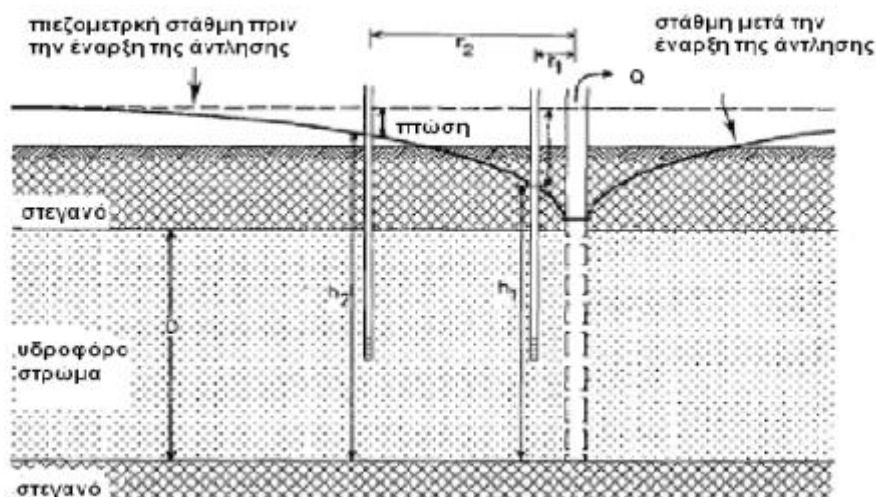
Από τον ανωτέρω ορισμό προκύπτει ότι ο ρυθμός ταπείνωσης της στάθμης ($\Delta h/\Delta t$) σε έναν υδροφορέα επιφάνειας A και συντελεστή αποθηκευτικότητας S, για άντληση με παροχή Q, χωρίς να συμβαίνει εμπλουτισμός, δίνεται από την Εξίσωση 9:

$$\frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{Q}{SA} \quad \text{Εξίσωση 9}$$

3. Δόκιμη Slug Test

Μέσο της δοκιμής Slung Test είναι δυνατή η αξιολόγηση της διαπερατότητας (η της υδραυλικής αγωγιμότητας) ενός υδροφορέα . Κατά την διάρκεια της δοκιμής γίνεται προσθήκη ή απομάκρυνση μια μετρούμενης ποσότητας νερού από το φρεάτιο και στην συνέχεια πραγματοποιείτε μια σειρά μετρήσεων της στάθμης του νερού εντος του φρεατίου με σκοπό την εκτίμηση του ρυθμού ανάκτησης της στάθμης του νερού (είτε ανυψώσεις είτε πτώσεις)

Αναφορικά με τα πλεονεκτήματα της μεθόδου πρέπει να σημειωθεί ότι απαιτεί χαμηλό κόστος εφαρμογής έναντι άλλων μεθόδων. Επίσης το μικρό χρονικό διάστημα που χρειάζεται για την εφαρμογή της ,όπως και η μικρές απαιτήσης απομάκρυνσης ή προσθήκης ποσότητας νερό μέσα από τον υδροφορέα συντελούν στην επιλογή της μεθόδου. Τα μειονεκτήματα της δοκιμής Slug Test αφορούν κυρίως την αδυναμία εξαγωγής συμπερασμάτων για όλοι την έκταση για την οποία αναπτύσσετε ο υδροφορέας λόγω της ανομοιομορφίας των γεωλογικών σχηματισμών στο χώρο . Ένα ακόμα βασικό μειονέκτημα της μεθόδου είναι η μεγάλη πιθανότητα σφάλματος λόγω του ότι το υπό μελέτη φρεάτιο μπορεί να επηρεάζεται από κοντινά φρεάτια και να παρατιούνται φαινόμενα όπως κώνοι κατάπτωσης Εικόνα 2 ,επίσης το υλικό πλήρωσης (άμμος , χαλίκια) του φρεατίου μπορεί να συνεισφέρει και αυτό στην εξαγωγή λάθος συμπερασμάτων.



Εικόνα 2 Κώνος πτώσης σταθμης σε αντλούμενη γεωτρηση σε υπό πίεση υδροφορέα (Πηγή : Kruseman & Ridder, 1990)

Μερικές από της ποιο διαδεδομένες μεθόδους εκτίμησης της Υδραυλικής αγωγιμότητας είναι του Hvorsen (1951) και του Cooper (1967) η οποίες θα περιγράψουν εκτενεστέρα σε μεταγενέστερα κεφάλαια.

3.1.Υδραυλική των φρεατίων

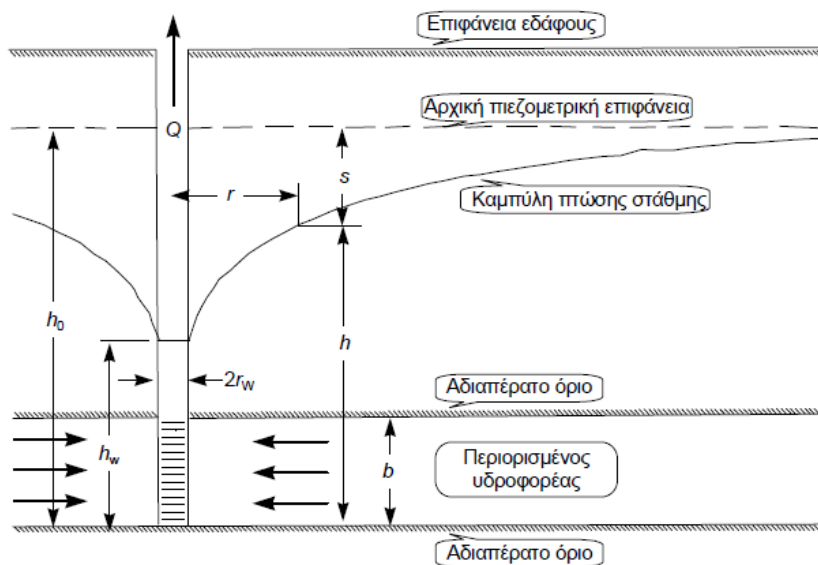
Στην Εικόνα 3 απεικονίζεται ένας υπό πίεση υδροφόρος, ο οποίος έχει σταθερό πάχος b και άπειρη έκταση προς τις άλλες δυο διάστασης. Θεωρώντας τον υδροφόρο ως ομογενές και ισότροπο μέσο με υδραυλική αγωγιμότητα K και αποθηκευτικότητα S .

Έστω ότι στην υπό μελέτη γεώτρηση η οποία φαίνεται στην Εικόνα 3 η αποθήκευση του νερού είναι αμελητέα. Σε χρόνο $t=0$ το υδραυλικό φορτίο είναι σταθερό και όσο με h_0 . Την ίδια στιγμή αρχίζει η άντληση νερού από την υδρογεωττηση με σταθερή παροχή Q .

Από το νόμο του Darcy για ομογενή μέσα και λόγω της κυκλικής συμμετρίας η Εξίσωση 4 μετασχηματίζεται στην :

$$\frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial h}{\partial r} = \frac{S}{K} \frac{\partial h}{\partial t} \quad \text{Εξίσωση 10}$$

Η Εξίσωση 10 βασίζεται στην διατήρηση του όγκου του ρευστού, ενσωματώνοντας μέσα σε αυτήν την συμπιεστότητα του νερού στον όρο της αποθηκευτικότητας.



Εικόνα 3 Σκαρίφημα που απεικονίζει την ακτινική ροή σε οριζοντίου υπό πίεση υδροφορία

3.2. Εκτίμηση των παραμέτρων του Υδροφορέα - Slug test

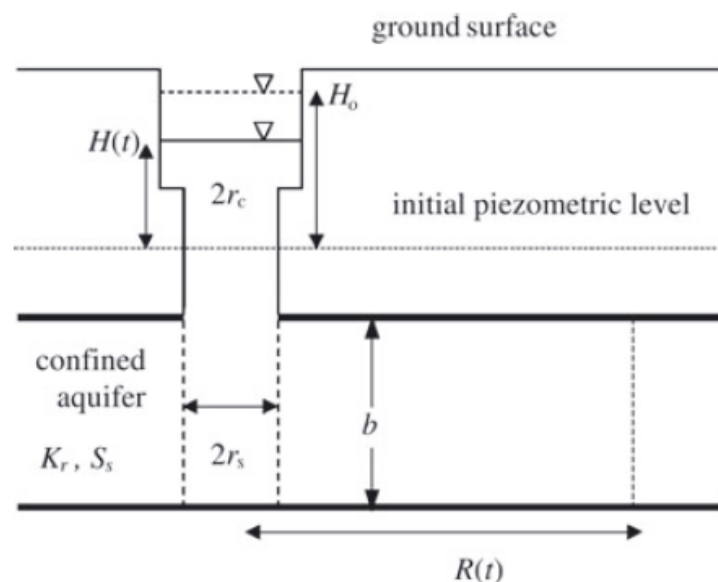
Για την λύση της εξίσωσης ροής απαιτητέ η εκτίμηση των ιδιοτήτων του υδροφορέα (αποθηκευτικότητα S_s και υδραυλική αγωγιμότητα K) μέσα από επί τόπου δοκιμές. Έχουν ανεπτυχθεί διάφορες μέθοδοι με τις οποίες ερμηνεύονται τα δεδομένα που συλλέγονται για την εκτίμηση των ιδιοτήτων του φορέα, όλες στηρίζονται στην σύγκριση του πραγματικού πεδίου ροής με το μοντέλο ροής που προκύπτει από την λύση της εξίσωσης του Κεφαλαίου 3.1. Μια βασική προϋπόθεση για την αξιόπιστη ερμεία των μετρήσεων είναι η ικανοποιητική προσέγγιση των πραγματικών συνθηκών του υδροφορέα.

Στην συνέχεια του κεφαλαίου περιγράφονται μερικοί μέθοδοι εκτίμησης των υδραυλικών παραμέτρων.

3.2.1. Μέθοδος Cooper (1967)

Η μέθοδος Cooper (1967) είναι μια ιδιαίτερα δημοφιλής μέθοδος αλλά σύγχρονος και αρκετά σύνθετη μέθοδος για την μελέτη χαμηλής μετάδοσης υδροφοριών.

Η μέθοδος αυτή συνδυάζει παροδικές μεταβολές της στάθμης του υδροφορέα στην οπή ($H(t)$) με μεταβολές της υδραυλικής κεφαλής στο υδροφορέα ($h(r,t)$), η οποίες προκαλούνται από την εισαγωγή ή εξαγωγή του σενσορα, λαμβάνοντας υπόψη τη συνέχει ροή του νερού εντος του φρεατίο



Εικόνα 4 Slug test σε Υδροφορείς χαμηλής μετάδοσης

Η αρχικές και οριακές συνθήκες αναφέρονται στην στιγμιαία εισαγωγή του σενσορα εντος του πηγαδιού και είναι η παρακάτω

Για τον υδροφόρο

$$h(r, 0) = 0 \text{ και } r_s < r < \infty$$

Για το φρεάτιο

$$H(0) = H_0$$

δεν υπάρχουν απώλειες από το φρεάτιο δηλαδή

$$h(r_s, t) = H(t), t > 0$$

όπου H_0 αρχική στάθμη υδροφόρου Εικόνα 4

Η μέθοδος Cooper (1967) επίσης προϋποθέτει τα εξής:

- Περιορισμένος υδροφορέας
- Ομοιογενής και ισοτροπικό υδροφορεα
- Το στρώμα είναι οριζόντιο και η έκταση του είναι απεριόριστη κατά την ακτινική διεύθυνει
- Η αρχική πιεζομετρική επιφάνεια είναι οριζόντια και εκτείνεται άπειρο ακτινικά
- Ισχύει ο νομός του Darcy
- Το φρεάτιο είναι πλήρως διαπερατό σε όλο του το μήκος

Ο Cooper (1967) υποθέτοντας ότι η παροδική ροη σε ένα υδροφόρο χαμηλής μετάδοσης είναι περιορισμένη και κυλινδρική Εικόνα 4 τότε η κίνηση περιγράφεται από την Εξίσωση 11

$$\frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial h}{\partial r} = \frac{S}{K} \frac{\partial h}{\partial t} \quad \text{Εξίσωση 11}$$

Με τον όρο S συμβολίζατε ο συντελεστής εναποθήκευσης και περιγράφεται από την Εξίσωση 12

$$S = m * n * c_w * \gamma_w * \left(1 + \frac{c_A}{n * c_w}\right) \quad \text{Εξίσωση 12}$$

όπου m : το πάχος του υδροφόρου (m)

n : το πορώδες του υδροφόρου

c_w : πίεση νερού (m^2/N)

c_A : πίεση υδροφόρου (m^2/N)

Επιλύοντας την Εξίσωση 12 οδηγούμαστε στην έξης λύση

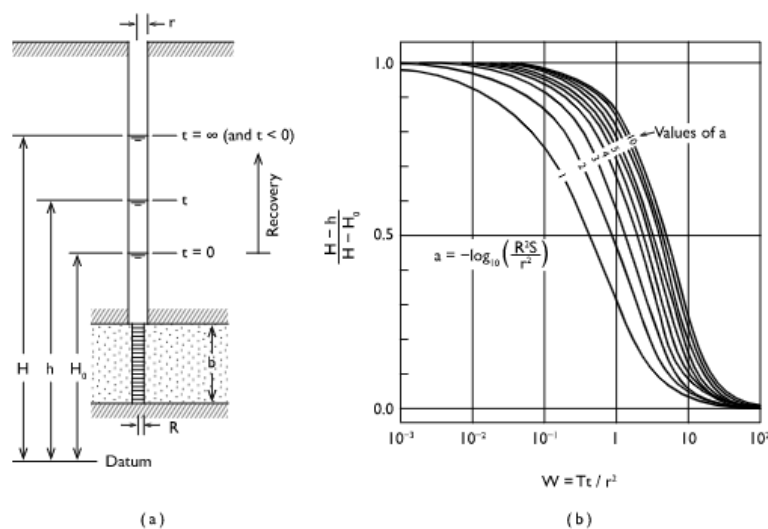
$$h(t) = \frac{8h_0\alpha}{\pi^2} \int_0^\infty e^{(-\frac{\beta u^2}{a})} \frac{du}{uf(u)} \quad \text{Εξίσωση 13}$$

Στην Εξίσωση 13 με των όρο α αναφέρετε στην παράμετρο της αποθήκευσης χωρίς διάσταση ενώ με των όρο β περιγράφεται η παράμετρος του χρόνου χωρίς διάσταση.

$$\alpha = \frac{r_s^2 S b}{r_c^2} \quad \text{Εξίσωση 14}$$

$$\beta = \frac{K_r b t}{r_c^2} \quad \text{Εξίσωση 15}$$

Με αριθμητική ολοκλήρωση της Εξίσωσης 13 καταλήγουμε στην δημιουργία πέντε πινάκων με $h(t)/h_0$ και β . Η δημιουργία γραφήματος σε ημι λογαριθμική μορφή Εικόνα 5 επιτρέπει την εκτίμηση της υδραυλικής αγωγιμότητας του υδροφορία χρησιμοποιώντας μια σειρά από καθορισμένα βήματα



Εικόνα 5 Δοκιμή πιεζομέτρου σε περιορισμένο υδροφορέα. (α) Γεωμετρία • (β) καμπύλες τύπου Cooper Πηγή (Cooper 1967)

3.2.2. Μέθοδος Hvorslev (1951)

Σε αντίθεση με την μέθοδο του Cooper (1967) ο Hvorslev (1951) υποθέτει ότι η δυνατότητα αποθήκευσης εντός του σχηματισμού είναι μηδενικοί και προϋποθέτει μια ροή σχεδόν σταθερή μηδενίζοντας έτσι των δεξιά όρο της Εξίσωσης 11

$$\frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial h}{\partial r} = 0 \quad \text{Εξίσωση 16}$$

Ο Hvorslev (1951) χρησιμοποίησε έξι εμπορικά προσδιορισμένες εξισώσεις οι οποίες εφαρμόζονται ανάλογα με την γεωμετρία του φρεατίου και των υδροφορέα για των προσδιορισμό της διαπερατότητας

Η βασική υπόθεση της μεθόδου είναι ότι η στάθμη του νερού αυξάνετε ή μειώνετε εκθετικά κατά την διάρκεια του Slug Test. Επίσης σε αντίθεση με την μέθοδο του Cooper (1967) σε αυτήν την μέθοδο γίνεται διάκριση μεταξύ οριζόντιας, κάθετης και μέσης διαπερατότητας. Η αρχικές και οριακές συνθήκες για των υδροφόρο ορίζοντα είναι η

$$h(r = R) = 0 \text{ και } t > 0$$

Λόγο του ότι η φυσική ροή δεν μπορεί να αναπαρασταθεί με μια σχεδόν σταθερή εξίσωση ροής και γνωρίζοντας ότι η ροή κατά μήκος του φρεατίου ισούται με το ρυθμό μεταβολής του όγκου του νερού εντός του φρεατίου. Ο Hvorslev (1951) έκανα χρήση της Εξίσωσης 17 για την επίλυση του μοντέλου του.

Η Εξίσωση 17 εκφράζει την σταθερότητα του ρυθμού της ροής

$$2\pi r_s K_r b \frac{\partial h(r, t)}{\partial(r)} \Big|_{r_s} = \pi r_c^2 \frac{dH(t)}{dt} \quad \text{Εξίσωση 17}$$

Για αυθαίρετη ακτινική απόσταση r η Εξίσωση 17 γράφεται ως έξης :

$$2\pi r K_r b \frac{\partial h(r, t)}{\partial \ln r} = \pi r_c^2 \frac{dH(t)}{dt} \quad \text{Εξίσωση 18}$$

Λύνοντας την Εξίσωση 18 ως προς $\partial h(r, t) / \partial \ln r$

$$\frac{\partial h(r, t)}{\partial \ln r} = \frac{r_c^2}{2K_r b} \frac{dH(t)}{dt} \quad \text{Εξίσωση 19}$$

Όπως παρατηρείτε από την Εξίσωση 19 το δεξή τμήμα της είναι ανεξάρτητο από το r , λόγω αυτού του γεγονότος το αριστερό τμήμα μπορεί να μετασχηματιστή ως έξης

$$\frac{\partial h(r, t)}{\partial \ln r} = \frac{\Delta h}{\Delta \ln r} = \frac{h_R - h_{r_s}}{\ln R - \ln r_s} = \frac{0 - H_t}{\ln (R/r_s)} \quad \text{Εξίσωση 20}$$

Αντικαθιστώντας την Εξίσωση 20 στην Εξίσωση 19 τότε καταλήγουμε στο έξης

$$-\frac{H_t}{\ln (R/r_s)} = \frac{r_c^2}{2K_r b} \frac{dH(t)}{dt} \quad \text{Εξίσωση 21}$$

επιλύοντας αναλυτικά την Εξίσωση 21 έχουμε την Εξίσωση το Hvorslev η οποία αναφέρετε στην συνέχεια

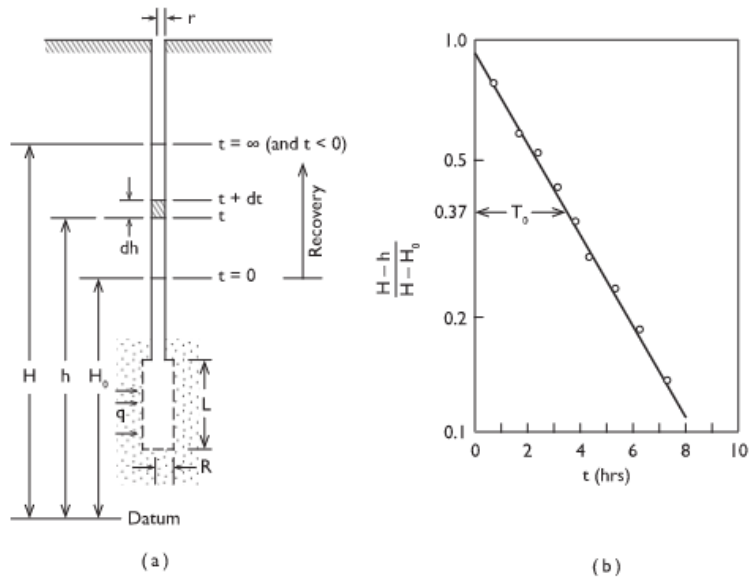
$$\ln \left[\frac{H_t}{H_0} \right] = \frac{2K_r b t}{r_c^2 \ln (R/r_s)} \quad \text{Εξίσωση 22}$$

Μελετώντας το μοντέλο του Hvorslev παρατάπτετε ότι από την εξίσωσης μπορεί να εξήχθη μια σχεδόν σταθερή λύση μέσω μιας ευθείας γραμμής σε λογαριθμικό γράφημα η οποία αντιπροσωπεύει την κανονικοποιημένη ανάκτηση της κεφαλής από το φρεάτιο έναντι του χρόνου Εικόνα 6 . Ο υπολογισμός της τιμής της Υδραυλικής αγωγιμότητας μπορεί να υπολογιστή από την κλίσης της ευθείας. Μια κλασική προσέγγιση για την εκτίμηση της Υδραυλικής αγωγιμότητας είναι ο υπολογισμός της κλίσης όταν

$$\ln \left[\frac{H_t}{H_0} \right] = 0,368 \leftrightarrow \frac{H_t}{H_0} = \ln(0.368) \leftrightarrow \frac{H_t}{H_0} = -1 \quad \text{Εξίσωση 23}$$

Τέλος έχοντας σαν αρχικες συνθικες $t=0$, $\ln(H/H_0)=0$. τότε και το δεξη τμήματος Εξησωσης 22 του Hvorslev είναι ισο με το μηδεν . Λυνοντυας την εξησωση ως προς K_r καταληγουμε

$$K_r = \frac{r_c^2 \ln (R/r_s)}{2bT_0} \quad \text{Εξίσωση 24}$$



Εικόνα 6 Δοκιμή πιεζομέτρου Hvorslev. (α) Γεωμετρία · (β) μέθοδος ανάλυσης. (Πηγή : Hvorslev (1951))

Μεταγενέστερα ο Butler (1998) έδειξε ότι η εκτίμησης της υδραυλικής αγωγιμότητας βελτιώνεται όταν τοποθετηθεί μια ευθεία γραμμή στο μεσαίο τμήμα του συνόλου των δεδομένων ($0,15 \leq H/H_0 \leq 0,25$)

3.3.Quasi-Steady Flow Method

Έχοντας ως βάση την υπόθεση του Hvorslev , ότι η δυνατότητα αποθήκευσης εντος του σχηματισμού είναι μηδενικοί και προϋποθέτοντας μια ροη σχεδόν σταθερή Εξίσωση 25

$$\frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial h}{\partial r} = 0 \quad \text{Εξίσωση 25}$$

καθώς επίσης χρησιμοποιώντας ως οριακές συνθήκες ότι

$$h(r_s, t) = H , \text{για καθε } t$$

και

$$h(r = R) = 0, \text{για } t > 0$$

Η επίλυση της Εξίσωσης 25 με ολοκλήρωση οδηγεί στο παρακάτω αποτέλεσμα

$$\frac{h(r)}{h(r_s)} = \frac{h(r)}{H} = \frac{\ln(r/R)}{\ln(r_s/R)} = \frac{\ln(R/r)}{\ln(R/r_s)} \quad \text{Εξίσωση 26}$$

Εφαρμόζοντας την άρχει διατήρησης της μάζας δηλαδή $V_{well} = V_{aq}$, όπου V_{well} είναι ο όγκος νερού αποθηκευμένος εντός του φρεατίου σε σχέση με τον αρχικό όγκο του Slug και V_{aq} ο αρχικός όγκος του υδροφορεα από την στιγμή που εισήχθη η συσκευή του Slug σε αυτόν μπορεί να υπολογιστή ο συντελεστής αποσυκευτικότητας S_s .

Με την παραδοχή μιας σχεδόν σταθερής ροής για οποιαδήποτε στιγμή μετά την έναρξη της δοκιμής Slug test ο όγκος V_{well} εκφράζεται ως έξης

$$V_{well}(t) = \pi r_c^2 [H(t) - H_0] \quad \text{Εξίσωση 27}$$

Ο υπολογισμός του συγκεκριμένου όγκου μπορεί να επετευχθη εάν ενσωματώσουμε σε αυτόν το σχεδόν σταθερό προφίλ ροής πάνω από τον όγκο που οριοθετείται από τις κυλινδρικές επιφανές του υδροφορεα με $r=r_s$ και $r=R(t)$ πολλαπλασιασμένο με το S_s

Ομοίως ο όγκος V_{aq} υπολογίζεται από την Εξίσωση 28

$$V_{aq} = 2\pi b S_s \int_{r_s}^R h(r) r dr \leftrightarrow \frac{2\pi b R^2}{\ln(R/r_s)} \int_1^{r_s/R} \ln(r/R) (r/R) * d(r/R) \quad \text{Εξίσωση 28}$$

εάν θέσουμε όπου $r/R = x$ και γνωρίζοντας την μαθηματική λύση του ολοκληρώματος είναι η Εξίσωση 29

$$\int x \ln x dx = x^2 \left[\frac{\ln(x)}{2 - 1/4} \right] \quad \text{Εξίσωση 29}$$

εφαρμόζοντας την μαθηματική λύση της ολοκλήρωσης για των υπολογισμό του V_{aq} καταλήγουμε των παρακάτω τύπο

$$V_{aq} = \frac{2\pi b R^2}{\ln(R/r_s)} \left(\frac{1}{4} - \frac{(r_s/R)^2}{4} [2 \ln(R/r_s) + 1] \right) \quad \text{Εξίσωση 30}$$

$$\leftrightarrow \pi b S_s H R^2 \left(\frac{\left(\frac{R(t)}{r_s}\right)^2 - 2 \ln\left(\frac{R(t)}{r_s}\right) - 1}{2 \ln\left(\frac{R(t)}{r_s}\right)} \right)$$

Εκμεταλλευομένη της θεωρίας αρχής διατήρησης της μάζας δηλαδή $V_{\text{well}} = V_{\text{aq}}$ αντικαθιστούμε και βρίσκουμε

$$\frac{H_0 - H(t)}{H(t)} = \frac{bS_s r_s^2}{r_c^2} \left(\frac{\left(\frac{R(t)}{r_s} \right)^2 - 2 \ln \left(\frac{R(t)}{r_s} \right) - 1}{2 \ln \left(\frac{R(t)}{r_s} \right)} \right) \quad \text{Εξίσωση 31}$$

Παρατηρώντας την Εξίσωση 31 βλέπουμε ομοιότητες με το μοντέλο το Cooper (1967) όπως είναι η παράμετρος a όπου αναφέρετε στην παράμετρο της αποθήκευσης χωρίς διάσταση

$$a = \frac{r_s^2 S_s b}{r_c^2} \quad \text{Εξίσωση 32}$$

αντικαθιστώντας την παράμετρο a στην Εξίσωση 31 μπορεί να γραφτεί και ως

$$\frac{H_0 - H(t)}{H(t)} = \alpha \left(\frac{\left(\frac{R(t)}{r_s} \right)^2 - 2 \ln \left(\frac{R(t)}{r_s} \right) - 1}{2 \ln \left(\frac{R(t)}{r_s} \right)} \right) \quad \text{Εξίσωση 33}$$

Λόγο της θεώρησης μια σταθερής ροής όπως περιγράφηκε και στο υποκεφάλαιο 3.2.2 ισχύει ότι

$$-\frac{H_t}{\ln \left(\frac{R}{r_s} \right)} = \frac{r_c^2}{2K_r b} \frac{dH(t)}{dt} \quad \text{Εξίσωση 34}$$

αναδιατυπώνοντας την Εξίσωση 31 που περιγράφει την σταθερή ροή ως προς την παράμετρο του χρόνου χωρίς διάσταση παίρνει την ακόλουθη μορφή

$$\frac{1}{H_s} \frac{dH(t)}{dt} = \frac{d \ln \left[\frac{H(t)}{H_0} \right]}{dt} = - \frac{2K_r b}{r_c^2 \ln \left[\frac{R(t)}{r_s} \right]} \quad \text{Εξίσωση 35}$$

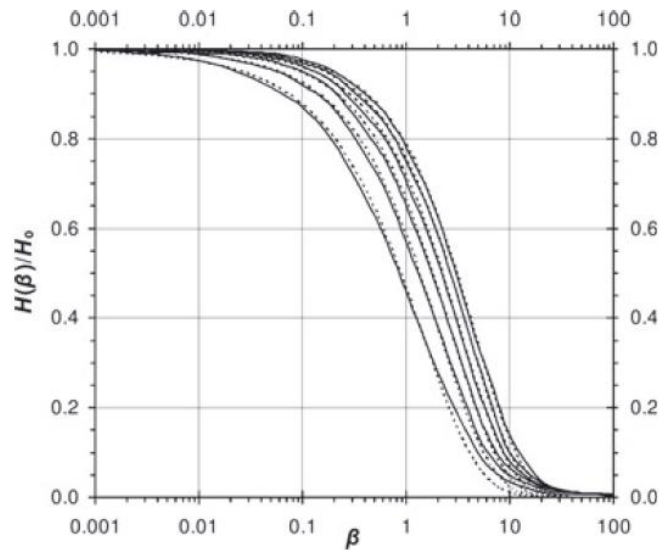
εδώ πρέπει να αναφερθεί ότι η λύση που δόθηκε μόλις τώρα εάν θεωρήσουμε $R=R(t)$ τότε είναι ίδια με την εξίσωση του Hvorslev στην οποία το R θεωρείται σταθερό. Επίσης γνωρίζοντας από το μοντέλο του Cooper ότι η παράμετρος β η οποία περιγράφει τον χρόνο χωρίς διάστασης είναι

$$\beta = \frac{K_r b t}{r_c^2} \quad \text{Εξίσωση 36}$$

καταλήγουμε στην τελική διατύπωση της Εξίσωσης 31 που είναι η ακόλουθη

$$\frac{d \ln \left[\frac{H(\beta)}{H_0} \right]}{d\beta} = - \frac{2}{\ln \left[\frac{R(\beta)}{r_s} \right]} \quad \text{Εξίσωση 37}$$

Η αριθμητική επίλυση της Εξίσωσης 31 τη θεωρίας διατήρησης της μάζας και της εξίσωση που προκύπτει από την θεώρηση της σταθερής ροής οδηγεί στην δημιουργία καμπύλων που απεικονίζουν την απόκλιση από της στατική συνθήκη της στάθμης του νερού εντός του φρεατίου



Εικόνα 7 Γραφική απεικόνιση των αποτελεσμάτων μεθόδου Cooper (1967)

4. Πειραματικά Δεδομένα

Στην παρούσα διπλωματική σαν πειραματικά δεδομένα χρησιμοποιήθηκαν μέτρησης από το φρεάτιο Ln1 at the Lincoln County, Kansas monitoring site— Table 3.1 in Butler (1998) με σκοπό την παρουσίαση της εφαρμογής του quasi-steady flow μοντέλου

Το υπό μελέτη φρεάτιο έχει ακτίνα $r_s = 0.071$ m και επηρεαζόμενη ακτίνα $r_s = 0.025$ m και η πλήρωση του γίνεται μέσω ενός περιορισμένου υδροφορα πάχους $b = 3.05$ m

Εφαρμόζοντας το μοντέλο του Cooper et al. (1967) για τα δεδομένα του υπό μελέτη φρεατίου εξάγονται τα ακόλουθα αποτελέσματα $\alpha_{opt} = 0.0108$, απόδοση $S_s = 4.38 \cdot 10^{-4}$ m $\beta = 1$, $Kr = 3.69 \cdot 10^{-4}$ m/d. Μέσω του Butler 1998 υπολογιστικέ ότι

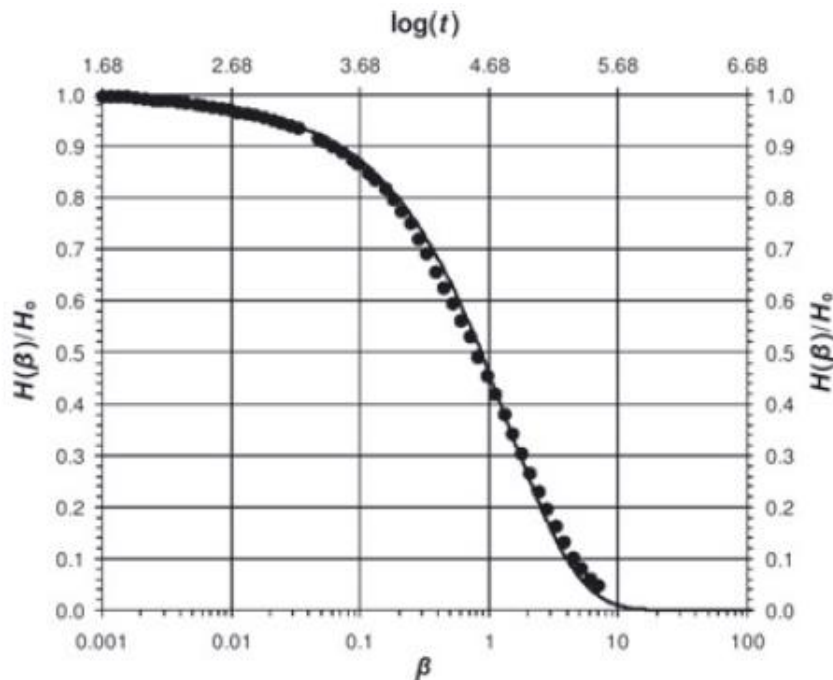
- $Kr = 4,65 \cdot 10^{-4}$ m/d όταν μέσω της γραμμικής παλινδρόμησης περνά από όλα τα σημεία των δεδομένων
- $Kr = 3,88 \cdot 10^{-4}$ m/d όταν εφαρμόζετε ευθύγραμμο τμήμα γραμμικού μέσου τμήματος και τη μετονομασία των δεδομένων

Επίσης για την βέλτιστη σύγκριση των αποτελεσμάτων υπολογιστικέ επίσης μέσω της μεθόδου του Hvorslev's ότι $R/r_s = 200$.

Στην Εικόνα 7 παρουσιάζονται γραφικά τα αποτελέσματα της μεθόδου quasi-steady η οποία δίνει τα ακόλουθα αποτελέσματα $\alpha_{opt} = 0.0111$ (οπτικά),

απόδοση $S_s=4.51 \cdot 10^{-4}$ m το οποίο υπολογιστικέ όπως έχει αναφέρθη και στο αντίστοιχο κεφάλαιο από τον τύπο

$$a = \frac{r_s^2 S_s b}{r_c^2}$$



Εικόνα 8 Προσαρμογή δεδομένων δοκιμής από την πλήρη σχεδόν σταθερή καμπύλη του μοντέλου $\alpha_{opt}=0.0111$ (πηγή <http://www.aqtesolv.com/slugg-tests/slugg-tests.htm>)

$\beta=1$, $t_{\beta=1}= 47863$ s και υδραυλική αγωγιμότητα $Kr=3.69 \cdot 10^{-4}$ m/d

Όπως είναι εύκολα να παρατηρηθεί τα αποτελέσματα της μεθόδου quasi-steady είναι παρεμφερή με τα αποτελέσματα από την εφαρμογή της μεθόδου του Chooper

Επιπλέον δοκιμαστικέ η μέθοδος βελτιστοποίησης που ελαχιστοποιεί την μέση απόκλιση στην υπολογισμένη καμπύλη από τα σημεία δεδομένων.

5. Συμπεράσματα

Έχοντας σαν αφετηρία τα πειραματικά δεδομένα που περιγράφηκαν σε προγενέστερο κεφάλαιο μπορούμε να εκφράσουμε την άποψη ότι το μοντέλο quasi-steady flow με χρονική μεταβλητότητα ακτίνας επιρροής R , αποτελεί μια αποτελεσματική μέθοδο εκτίμησης της υδραυλικής αγωγιμότητας και της αποθηκευτικότητας ενός σχηματισμού.

Επιπλέον πρέπει να αναφερθεί ότι το μοντέλο quasi-steady flow επεκτείνει και ολοκληρώνει το μοντέλο του Hvorslev (1951), λόγου του ότι βασίζεται στην ίδια προσέγγιση , δηλαδή στην υπόθεση της σταθερής ροής, αλλά επιτρέπει επίσης την εκτίμηση του συγκεκριμένου χώρου αποθήκευσης ενός σχηματισμού

Εν κατακλείδι η εφαρμογή της προτεινόμενης μεθόδου μπορεί να εφαρμοσθή με μεγάλη ευκολία χρησιμοποιώντας ένα ηλεκτρονικό υπολογιστικό φύλο παρέχοντας την δυνατότητα μια συστηματοποιημένες και αξιόπιστης λύσης από την οποία μπορούν αν εξέχουν αποτέλεσμα όμοια με των μεθόδων Cooper και Hvorslev η οποίες με τη σειρά τους η μεν πρώτη απαιτεί την επίλυση πολύπλοκων μαθηματικών εξισώσεων γεγονός που απαιτεί χρόνο και καλές γνώσης μαθηματικών ενώ η δεύτερη ενώ εφαρμόζετε πολύ πιο εύκολα η χρήση πολλών απλοποιήσεων ίσως μερικές φορές την καθιστά αναξιόπιστη.

6 Βιβλιογραφία

Akylas, E., A.D. Koussis, and A.N. Yannacopoulos. 2006. Analytical solution of transient flow in a sloping soil layer with recharge. *Hydrological Sciences Journal* 51, no. 4:626–641.

Butler, J.J. Jr. 1998. *The Design, Performance, and Analysis of Slug Tests*. Boca Raton, Florida: Lewis Publishers.

Chirlin, G.R. 1989. A critique of the Hvorslev method for slug test analysis: The fully penetrating well. *Ground Water Monitor Review* 9, no. 2: 130–138.

Cooper, H.H. Jr, J.D. Bredehoeft, and I.S. Papadopoulos. 1967. Response of a finite-diameter well to an instantaneous charge of water. *Water Resources Research* 3, no. 1:263–269.

de Marsily, G. 1986. *Quantitative Hydrogeology*. San Diego, California: Academic Press.

Hvorslev, M.J. 1951. Time lag and soil permeability in groundwater observations. Vicksburg, Mississippi: U.S. Army Corps of Engineers Exper. Sta. Bull. no. 36, pp. 1–50.

Kruseman, G.P., De Ridder, N.A. (1990): Analysis and evaluation of pumping test data (2nd edition). ILRI Publication 47. International Institute for land reclamation and development. Wageningen, Netherlands, p. 377.

Lembke, K. 1886. Groundwater flow and the theory of water collectors (in Russian). *The Engineer, Journal of the Ministry of Communications* no. 2.

Lembke, K. 1887. Groundwater flow and the theory of water collectors (in Russian). *The Engineer, Journal of the Ministry of Communications* nos. 17–19.

Mills, A.C. 2010. Applying parameter-estimation methods to recovery-test and slug-test analyses. *Ground Water* 48, no. 4: 604–608.

Ostendorfer, D.W., and D.J. DeGroot. 2010. Slug tests in the presence of background head trends. *Ground Water* 48, no. 4: 609–613.

Papadopoulos, I.S., J.D. Bredehoeft, and H.H. Cooper Jr. 1973. On the analysis of slug test data. *Water Resources Research* 9: 1087–1089.

Verhoest, N.E.C., and P.A. Troch. 2000. Some analytical solutions of the linearized Boussinesq equation with recharge for a sloping aquifer. *Water Resources Research* 36, no. 3: 793–800.